

## Algorithmen I Sommersemester 2011

### 4. Übungsblatt Bäume und Graphrepräsentation

#### Aufgabe 1

##### Implizite binäre Suchbäume

Ein binärer Suchbaum, heiße *perfekt balanciert*, wenn seine Höhe bei  $n$  Datenelementen  $h = \lfloor \log_2 n \rfloor$  beträgt.

- Zeichnen Sie einen solch perfekt balancierten binären Suchbaum, der die Elemente 2, 3, 4, 7, 10, 14, 15, 19, 23 enthält. (4P.)
- Wir betrachten nun die *implizite* Darstellung von perfekt balancierten binären Suchbäumen. Diese Darstellung erfolgt mit Hilfe von Arrays (analog zur impliziten Darstellung binärer Heaps). Dabei dürfen nur weniger als die Hälfte aller Arrayeintrge leer sein.  
Geben Sie den Pseudocode *LEFT-CHILD* und *RIGHT-CHILD* zur Ermittlung der Indizes des linken und rechten Kindes des Elements mit Index  $i$  an (nehmen Sie an, dass beide Kinder existieren). (2P.)
- Der Suchbaum aus a) soll nun implizit mit Hilfe eines Arrays dargestellt werden. Geben Sie den Inhalt des entsprechenden Arrays an. Leere Arrayeintrge werden mit dem Symbol  $\perp$  bezeichnet. (4P.)
- Gegeben sei eine sortiertes Feld  $S$  bestehend aus  $n$  Elementen. Geben Sie einen Algorithmus an, der in  $\mathcal{O}(n)$  Zeit die implizite Darstellung eines perfekt balancierten binären Suchbaumes in einem Feld  $T$  erzeugt, der alle Elemente aus  $S$  enthält. Verwenden Sie auch den Pseudocode aus Teilaufgabe b). (4P.)

Wie muss  $T$  hinsichtlich Größe und Inhalt initialisiert sein? (2P.)

- Argumentieren Sie warum Ihr Algorithmus aus d) das gewünschte Laufzeitverhalten  $\mathcal{O}(n)$  aufweist. (2P.)

## Aufgabe 2

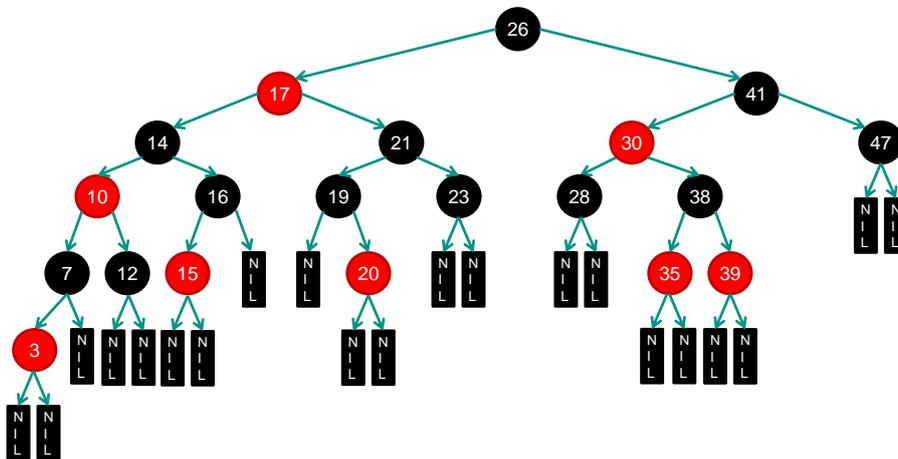
### Rot-Schwarz Bäume

- (a) Warum wird bei Rot-Schwarz-Bäumen ein Farb-Attribut benötigt? Begründen Sie kurz. (2P.)
- (b) Ergänzen Sie die fehlenden Teile des Pseudocode *RB-INSERT-FIXUP* aus der Vorlesung. (3P.)

## Aufgabe 3

### Rot-Schwarz Bäume

Auf folgendem Rot-Schwarz Baum sollen verschiedene Operationen durchgeführt werden.



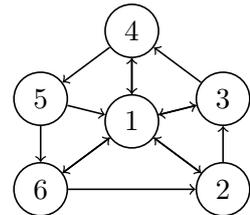
- (a) Fügen Sie mit der Methode *TREE-INSERT* für **Suchbäume** einen Knoten mit Schlüssel 36 ein. Ist der resultierende Baum ein Rot-Schwarz-Baum, wenn Knoten 36 rot oder schwarz gefärbt ist? Begründen Sie Ihre Antwort jeweils. (4P.)
- (b) Wie wird ein Knoten  $k$  mit Schlüssel 36 korrekterweise in den Rot-Schwarz Baum eingefügt? Zeichnen Sie die den Rot-Schwarz Baum bzw. die betroffenen Teile des Baums nach jedem wichtigen Schritt. (10P.)
- (c) Gehen Sie wieder vom Rot-Schwarz Baum der Aufgabenstellung aus. Löschen Sie die Wurzel. Zeichnen Sie die den Rot-Schwarz Baum bzw. die betroffenen Teile des Baums nach jedem wichtigen Schritt. (10P.)

## Aufgabe 4

### Graphrepräsentation

Der zu einem gerichteten Graph  $G = (V, E)$  **transponierte Graph** ist der Graph  $G^T = (V, E^T)$  mit  $E^T = \{(v, u) \in V \times V \mid (u, v) \in E\}$ . In  $G^T$  sind also gegenüber  $G$  die Richtungen aller Kanten vertauscht.

- (a) Geben Sie die Adjazenzfeldrepräsentation des rechts abgebildeten gerichteten Graph in Form der Felder  $V$  und  $E$  an. (2P.)
- (b) Zeichnen Sie  $G^T$  des rechts abgebildeten Graphen. (2P.)
- (c) Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  an, der zu einem Graph in Adjazenzfeld Darstellung seinen transponierten Graphen  $G^T$  in Adjazenzfelddarstellung bestimmt. Geben Sie Pseudocode an! (7P.)
- (d) Begründen Sie die Laufzeit des Algorithmus. (2P.)



*Abgabe des Übungsblattes bis Mittwoch, 8.6.2011 – 12 Uhr durch Einwurf in den entsprechenden Briefkasten im Gebäude 50.34, 1. UG.*